



## MATEMÁTICA

Professores: Adriano, Andrey, Aurélio, Batatinha

### COMENTÁRIO GERAL DA PROVA.

Neste ano a prova contemplou o aluno DOMÍNIO pois todas as questões foram semelhantes com as trabalhadas em sala. Destaque para as questões de geometria plana e probabilidade cobradas inclusive nos simulados. Parabenizamos o Núcleo de Concursos da UFPR pela prova bem elaborada e abrangente.

55 - O motivo de uma pessoa ser destra ou canhota é um dos mistérios da ciência. Acredita-se que 11% dos homens e 9% das mulheres são canhotos. Supondo que 48% da população brasileira é constituída de homens, e que essa crença seja verdadeira, que percentual da população brasileira é constituído de canhotos?

- a) 9,60 %.
- ▶ b) 9,96 %.
- c) 10,00 %.
- d) 10,40 %.
- e) 10,56 %.

Nesta questão teríamos que efetuar os seguintes cálculos:

Se 48% da população brasileira são homens então 52% são mulheres. Com isso a população de canhotos é a seguinte:

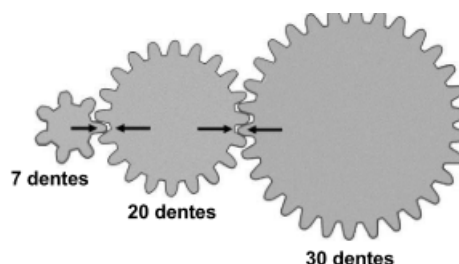
11% dos 48% de homens = 5,28%

9% dos 52% de mulheres = 4,68%.

Com isso o percentual de canhotos da população brasileira é 9,96%.

56 - Qual é o número mínimo de voltas completas que a menor das engrenagens deve realizar para que as quatro flechas fiquem alinhadas da mesma maneira novamente?

- a) 14 voltas.
- b) 21 voltas.
- c) 57 voltas.
- ▶ d) 60 voltas.
- e) 84 voltas.



Nesta questão temos que calcular o MMC entre 7, 20 e 30 e com isso obtemos 420. Como ele pede o número de voltas da MENOR engrenagem temos que dividir o 420 por 7 obtendo assim 60 voltas.

57 - Um kit para impressão vem com oito cartuchos de tinta, de formato idêntico, para impressora. Nesse kit há dois cartuchos de cada uma das quatro cores diferentes necessárias para uma impressora caseira (ciano, magenta, amarelo e preto). Escolhendo aleatoriamente dois cartuchos desse kit, qual a probabilidade de se obter duas cores distintas?

- ▶ a)  $\frac{6}{7}$ .
- b)  $\frac{1}{12}$ .
- c)  $\frac{15}{56}$ .
- d)  $\frac{1}{48}$ .
- e)  $\frac{1}{64}$ .

Na análise da questão temos o seguinte: Para o primeiro cartucho podemos tomar qualquer um dos 8 cartuchos, entretanto para o segundo cartucho teremos que tomar qualquer outro de cor diferente do primeiro. Logo:

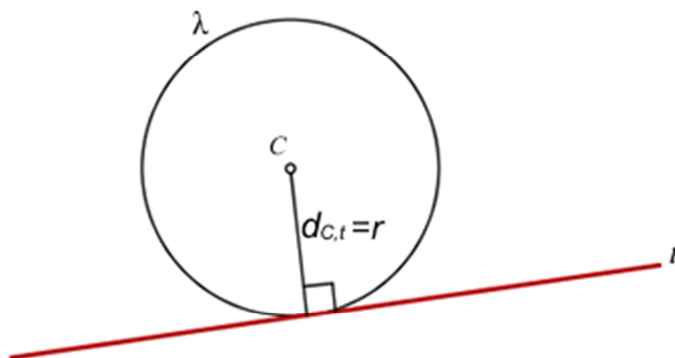
$$\frac{8}{8} \cdot \frac{6}{7} = \frac{6}{7}$$



58 - Um círculo, com centro na origem do plano cartesiano, é tangente à reta de equação  $y = 2x + 2$ . Qual é o raio desse círculo?

- a)  $\sqrt{2}$
- b) 2
- c)  $\sqrt{10}/2$
- d)  $2/5$
- e)  $2\sqrt{5}/5$

A representação geométrica da figura é a seguinte:



Portanto o raio da circunferência é a distância entre a reta e o centro da circunferência. Portanto:

$$d_{r,C} = \frac{|Ax + By + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$$
$$d_{r,C} = \frac{|2x - y + 2|}{\sqrt{2^2 + (-1)^2}}$$
$$d_{r,C} = \frac{|2 \cdot 0 - 0 + 2|}{\sqrt{2^2 + (-1)^2}}$$
$$d_{r,C} = \frac{2}{\sqrt{5}} = \frac{2\sqrt{5}}{5}$$

59 - O ângulo de visão de um motorista diminui conforme aumenta a velocidade de seu veículo. Isso pode representar riscos para o trânsito e os pedestres, pois o condutor deixa de prestar atenção a veículos e pessoas fora desse ângulo conforme aumenta sua velocidade. Suponha que o ângulo de visão A relaciona-se com a velocidade v através da expressão  $A = k v + b$ , na qual k e b são constantes. Sabendo que o ângulo de visão a 40 km/h é de  $100^\circ$ , e que a 120 km/h fica reduzido a apenas  $30^\circ$ , qual o ângulo de visão do motorista à velocidade de 64 km/h?

- a)  $86^\circ$ .
- b)  $83^\circ$ .
- c)  $79^\circ$ .
- d)  $75^\circ$ .
- e)  $72^\circ$ .

Primeiramente devemos calcular os valores de k e b. Para se fazer isso se deveria coletar do texto as seguintes informações:

$$\begin{cases} 100 = k \cdot 40 + b \\ 30 = k \cdot 120 + b \end{cases}$$

Com isso

$$-70 = 80k$$

$$k = -\frac{7}{8} \text{ e } b = 135.$$

Portanto a função será dada pela expressão:  $A = -\frac{7}{8}v + 135$ .



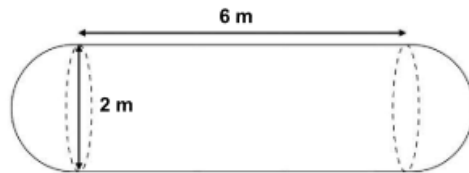
Para calcularmos o ângulo de visão a 64 km/h devemos substituir 64 em  $v$  e com isso obtém-se:

$$A = -\frac{7}{8} \cdot 64 + 135$$

$$A = -56 + 135$$

$$A = 79^\circ$$

60 - Um tanque para armazenamento de produtos corrosivos possui, internamente, o formato de um cilindro circular reto com uma semiesfera em cada uma de suas bases, como indica a figura. Para revestir o interior do tanque, será usada uma tinta anticorrosiva. Cada lata dessa tinta é suficiente para revestir  $8 \text{ m}^2$  de área. Qual o número mínimo de latas de tinta que se deve comprar para revestir totalmente o interior desse tanque? (Use  $\pi=3,14$ ).



- a) 3 latas.
- b) 4 latas.
- c) 5 latas.
- d) 7 latas.
- e) 10 latas.

Para calcularmos o número de latas de tintas necessárias para pintar o tanque devemos calcular a área lateral de um cilindro e a área da superfície esférica obtida pela composição das duas semiesferas da figura acima. Logo:

$$A_{cil} = 2\pi R h \quad A_E = 4\pi R^2$$

$$A_{cil} = 2\pi \cdot 1 \cdot 6 \quad A_E = 4\pi \cdot 1^2$$

$$A_{cil} = 12\pi \text{ m}^2 \quad A_E = 4\pi \text{ m}^2$$

Portanto a área total (interna) do tanque é igual a  $16\pi \text{ m}^2 = 50,24 \text{ m}^2$  utilizando-se a aproximação dada no enunciado acima.

Como cada lata reveste  $8 \text{ m}^2$  de área serão necessárias 7 latas de tinta.

61 - Num laboratório, sensores são colocados no topo de dois pistões para analisar o desempenho de um motor. A profundidade do primeiro pistão no bloco do motor pode ser descrita, de maneira aproximada, pela expressão  $H_1 = 12 \cos(2\pi t/60)$ , e a profundidade do segundo, pela expressão  $H_2 = 12 \sin(2\pi t/60)$ , sendo  $t$  o tempo medido em milissegundos a partir do acionamento do motor. Quanto tempo levará para que os pistões estejam na mesma profundidade, pela primeira vez, após o acionamento do motor?

- a) 5 milissegundos.
- b) 7,5 milissegundos.
- c) 10 milissegundos.
- d) 22,5 milissegundos.
- e) 45 milissegundos.

y †

Para calcularmos o tempo levará para que os pistões estejam na mesma profundidade, pela primeira vez, após o acionamento do motor devemos igualar as duas alturas  $H_1$  e  $H_2$ . Com isso:

$$H_1 = H_2$$

$$12 \cdot \cos\left(\frac{2\pi t}{60}\right) = 12 \cdot \sin\left(\frac{2\pi t}{60}\right)$$

$$\cos\left(\frac{2\pi t}{60}\right) = \sin\left(\frac{2\pi t}{60}\right)$$

Para termos o primeiro instante após o acionamento do motor devemos ter:

$$\frac{2\pi t}{60} = \frac{\pi}{4}$$

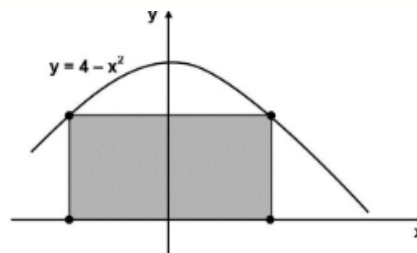
$$\frac{t}{15} = \frac{1}{2}$$

$$t = 7,5 \text{ ms}$$

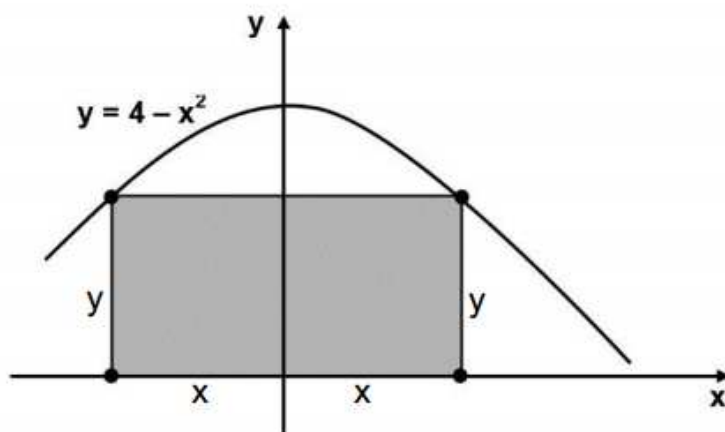


62 - Um retângulo no plano cartesiano possui dois vértices sobre o eixo das abscissas e outros dois vértices sobre a parábola de equação  $y = 4 - x^2$ , com  $y > 0$ . Qual é o perímetro máximo desse retângulo?

- a) 4.
- b) 8.
- ▶ c) 10.
- d) 12.
- e) 17.



O perímetro do retângulo pode ser escrito pela expressão:  $2P = 4x + 2y$  com  $x$  e  $y$  representados na figura a seguir:



Substituindo-se na expressão  $2P = 4x + 2y$ ,  $y = 4 - x^2$  obtemos:

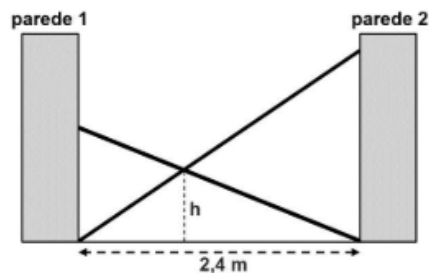
$$2P = 4x + 2 \cdot (4 - x^2)$$
$$2P = -2x^2 + 4x + 8$$

Para sabermos o perímetro máximo devemos calcular a ordenada do vértice da função acima. Logo

$$y_v = \frac{-\Delta}{4a} = \frac{-(b^2 - 4ac)}{4a}$$
$$y_v = \frac{-80}{-8}$$
$$y_v = 10$$

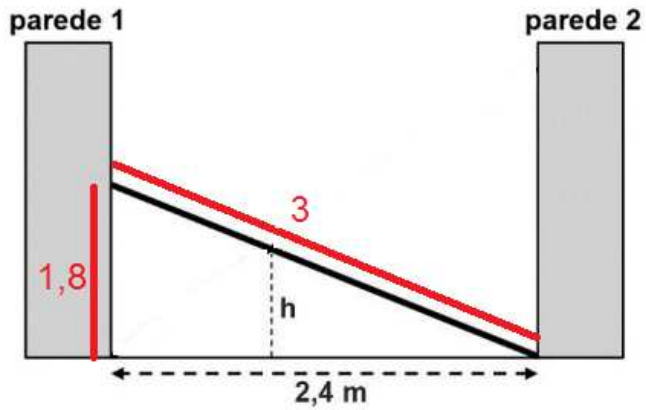
63 - Duas escadas foram usadas para bloquear um corredor de 2,4 m de largura, conforme indica a figura ao lado. Uma mede 4 m de comprimento e outra 3 m. A altura  $h$ , do ponto onde as escadas se tocam, em relação ao chão, é de aproximadamente

- ▶ a) 1,15 m.
- b) 1,40 m.
- c) 1,80 m.
- d) 2,08 m.
- e) 2,91 m.

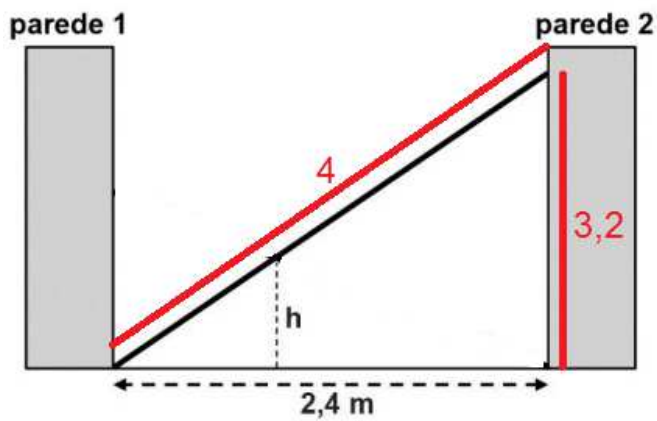




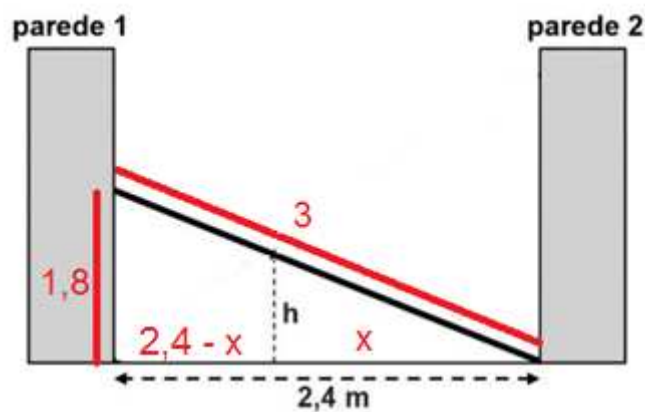
Como o comprimento da escada é 3 m através do teorema de Pitágoras calculamos o ponto da parede onde ela está apoiada e obtém-se 1,8 m do solo.

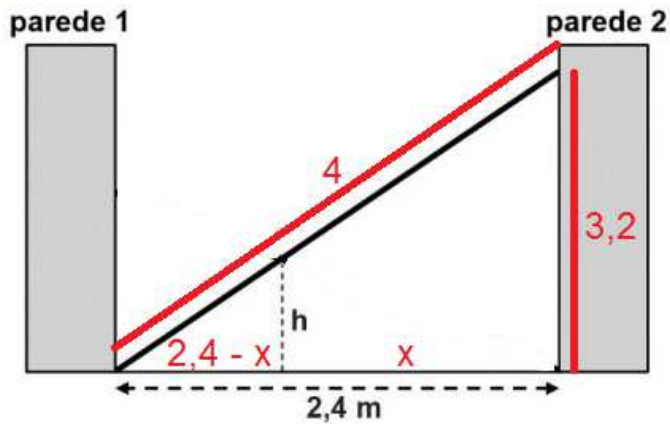


Analogamente calculamos o segundo ponto de apoio da escada e obtém-se 3,2 m do solo



Chamando a distância de  $h$  até a parede 1 de  $x$  temos as seguintes figuras:





Da semelhança representada na primeira figura tem-se:

$$\frac{x}{h} = \frac{2,4}{1,8}$$

$$\frac{x}{h} = \frac{4}{3}$$

$$x = \frac{4}{3}h$$

Já na segunda figura obtemos:

$$\frac{2,4 - x}{h} = \frac{2,4}{3,2}$$

$$\frac{2,4 - x}{h} = \frac{3}{4}$$

$$9,6 - 4x = 3h$$

$$9,6 - 4 \cdot \frac{4}{3}h = 3h$$

$$28,8 - 16h = 9h$$

$$28,8 = 25h$$

$$\frac{28,8}{25} = h$$

$$h = 1,15 \text{ m}$$