



## FÍSICA

Professores: Cezar, Luciano e Maragato.

Prova bem elaborada e com um bom nível de exigência. Parabéns à comissão da UFPR responsável pela prova. A equipe de física do curso DOMÍNIO está muito feliz porque todos os conteúdos foram exaustivamente trabalhados durante as aulas.

### Questões

01. Um paraquedista salta de um avião e cai livremente por uma distância vertical de 80 m, antes de abrir o paraquedas. Quando este se abre, ele passa a sofrer uma desaceleração vertical de  $4,0 \text{ m/s}^2$ , chegando ao solo com uma velocidade vertical de módulo  $2,0 \text{ m/s}$ . Supondo que, ao saltar do avião, a velocidade inicial do paraquedista na vertical era igual a zero e considerando  $g = 10 \text{ m/s}^2$ , determine:

- O tempo total que o paraquedista permaneceu no ar, desde o salto até atingir o solo.
- A distância vertical total percorrida pelo paraquedista.

a) Vamos determinar a velocidade do paraquedista no momento em que o paraquedas é aberto.

$$V^2 = V_0^2 + 2 \cdot a \cdot \Delta S$$

$$V^2 = 0 + 2 \cdot 10 \cdot 80 \rightarrow V = \sqrt{1600} = 40 \text{ m/s}.$$

1a. Tempo de queda livre:  $V = V_0 + a \cdot t \rightarrow 40 = 0 + 10 \cdot t \rightarrow t = 4 \text{ s}.$

2a. Tempo de queda após abrir o paraquedas:  $V = V_0 + a \cdot t \rightarrow 2 = 40 - 4 \cdot t \rightarrow t = 9,5 \text{ s}.$

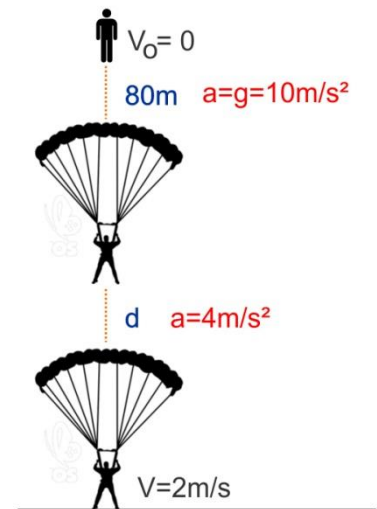
Portanto, o tempo total de queda é  $t_t = 4 + 9,5 = 13,5 \text{ s}.$

b) Aplicando a equação de Torricelli após abrir o paraquedas, temos:

$$V^2 = V_0^2 + 2 \cdot a \cdot \Delta S$$

$$2^2 = 40^2 - 2 \cdot 4 \cdot h \rightarrow h = 199,5 \text{ m}.$$

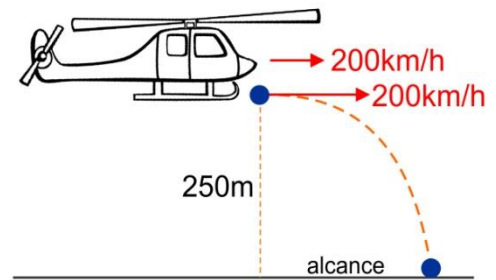
A distância total percorrida será  $D = 80 + 199,5 = 279,5 \text{ m}.$





02. Um objeto de massa igual a 50 kg é solto de um helicóptero que voa horizontalmente a uma velocidade de 200 km/h. Considere que o helicóptero, no momento em que soltou o objeto, estava a uma altura de 250 m em relação ao solo e que a aceleração da gravidade no local era igual a  $10 \text{ m/s}^2$ . Desprezando os efeitos da resistência do ar, calcule:

- A energia cinética do objeto ao atingir o solo.
- A distância horizontal percorrida pelo objeto, medida em relação à posição no instante em que ele foi solto.



a) Trata-se de um lançamento horizontal. Assim, a velocidade horizontal inicial do objeto é a mesma do helicóptero. Vamos aplicar a conservação de energia mecânica ( $200 \text{ km/h} = 55,5 \text{ m/s}$ ):

$$E_{Mi} = E_{MF}$$

$$\frac{m \cdot V_o^2}{2} + m \cdot g \cdot h = E_{CF}$$

$$\frac{50 \cdot 55,5^2}{2} + 50 \cdot 10 \cdot 250 = E_{CF}$$

$$77160,5 + 125000 = E_{CF}$$

$$E_{CF} \cong 202 \text{ KJ}$$

b) Para determinar o alcance primeiramente encontramos o tempo de queda:

$$1b. \text{ Tempo de queda: } h = \frac{1}{2} g \cdot t^2 \rightarrow 250 = \frac{1}{2} 10 \cdot t^2 \rightarrow t = 5\sqrt{2} \text{ s.}$$

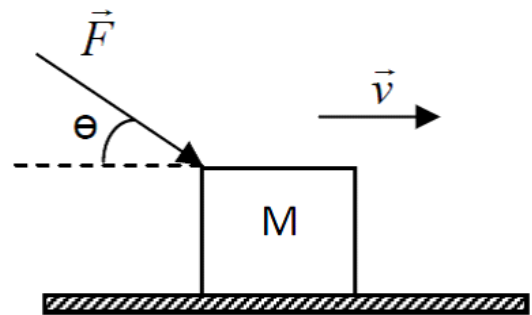
$$\text{O alcance é determinado pela expressão: } x = V_x \cdot t \rightarrow x = \frac{200}{3,6} \cdot 5\sqrt{2} = 392,84 \text{ m.}$$



03. Um homem empurra uma caixa de massa  $M$  sobre um piso horizontal exercendo uma força constante  $\vec{F}$ , que faz um ângulo  $\theta$  com a direção horizontal, conforme mostra a figura ao lado. Considere que o coeficiente de atrito cinético entre a caixa e a superfície é  $\mu$  e que a aceleração da gravidade é  $g$ .

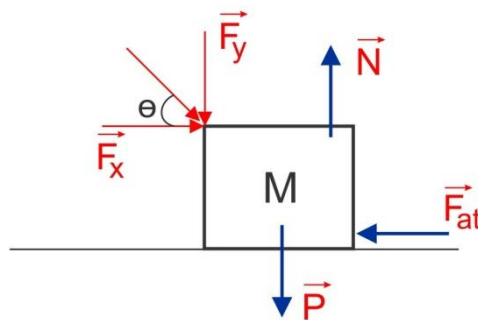
a) Utilizando as grandezas e símbolos apresentados no enunciado, deduza uma equação literal para o módulo da força  $\vec{F}$  exercida pelo homem de modo que a caixa se movimente com velocidade escalar constante  $\vec{v}$  para a direita.

b) Escreva a equação para o módulo da força  $\vec{F}$ , para o caso particular em que o ângulo  $\theta$  é igual a zero, isto é, a força é paralela ao piso.



a) A velocidade é constante (equilíbrio dinâmico) e a força resultante é nula. Abaixo é apresentado o diagrama das forças:

### DIAGRAMA DE CORPO LIVRE



Analisando o diagrama de corpo livre apresentado acima, determinamos as componentes da força  $\vec{F}$ :

$$F_x = F \cdot \cos \theta \quad e \quad F_y = F \cdot \sin \theta$$

1a. Igualando as forças na direção vertical e isolando a força normal, temos:

$$N = F_y + P \rightarrow N = F \cdot \sin \theta + m \cdot g$$

2a. Igualando as forças na direção horizontal e substituindo o atrito por  $F_{at} = \mu \cdot N$ .

$$F_x = F_{at}$$

$$F \cdot \cos \theta = \mu \cdot N$$

$$F \cdot \cos \theta = \mu \cdot (F \cdot \sin \theta + m \cdot g) = \mu \cdot F \cdot \sin \theta + \mu \cdot m \cdot g$$

$$F \cdot \cos \theta - \mu \cdot F \cdot \sin \theta = \mu \cdot m \cdot g$$

$$F \cdot (\cos \theta - \mu \cdot \sin \theta) = \mu \cdot m \cdot g$$

$$F = \frac{\mu \cdot m \cdot g}{(\cos \theta - \mu \cdot \sin \theta)}$$

b) Substituindo  $\theta = 0$  na expressão acima, ficamos com a seguinte expressão reduzida:

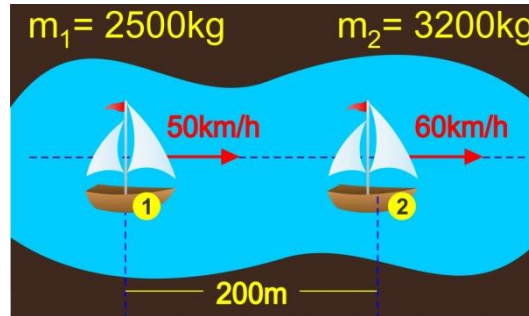
$$F = \mu \cdot m \cdot g$$



04. Dois barcos estão navegando alinhados numa mesma trajetória retilínea e ambos no mesmo sentido. O barco que está à frente possui uma massa de 2500 kg e move-se a uma velocidade constante de módulo 60 km/h; o que está atrás possui uma massa de 3200 kg e move-se a uma velocidade constante de módulo 50 km/h. Num dado instante, os barcos estão separados por 200 m. Para esse instante determine:

- A posição do centro de massa do sistema formado pelos dois barcos, medida em relação ao barco de trás.
- O módulo da velocidade do centro de massa do sistema, utilizando as informações do enunciado.
- A quantidade de movimento do sistema a partir da massa total e da velocidade do centro de massa.

Vamos observar o esquema abaixo:



a) Como a trajetória é retilínea e os barcos movem-se alinhados, determinamos a posição do centro de massa da seguinte forma:

$$x = \frac{m_1 \cdot x_1 + m_2 \cdot x_2}{m_1 + m_2}$$

$$x = \frac{2500 \cdot 200 + 3200 \cdot 0}{2500 + 3200} = 87,72 \text{ m (origem no barco 2)}$$

b) Para a velocidade do centro de massa, temos:

$$V = \frac{m_1 \cdot V_1 + m_2 \cdot V_2}{m_1 + m_2}$$

$$V = \frac{2500 \cdot 60 + 3200 \cdot 50}{2500 + 3200} = 54,39 \text{ km/h}$$

c) Quantidade de movimento do sistema para a massa total e velocidade do centro de massa.

$$Q = m \cdot V$$

$$Q = (2500 + 3200) \cdot \frac{54,39}{3,6} = 86117,5 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$$



05. Sabemos que em nosso universo a força gravitacional entre uma estrela de massa  $M$  e um planeta de massa  $m$  varia com o inverso do quadrado da distância  $R$  entre eles. Considere a hipótese em que a força gravitacional variasse com o inverso do cubo da distância  $R$  e que os planetas descrevessem órbitas circulares em torno da estrela.

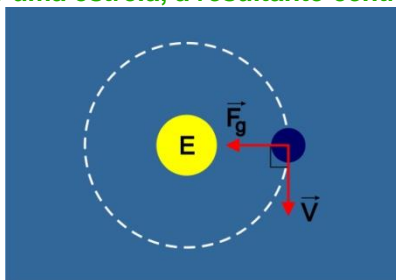
a) Deduza, para esse caso hipotético, uma equação literal análoga à terceira lei de Kepler.

b) Utilizando a resposta do item (a) e considerando dois planetas orbitando essa estrela, um deles com órbita de raio  $R_1$  e o outro com órbita de raio  $R_2 = 2R_1$ , determine a razão entre os períodos de suas órbitas.

a) Com a segunda Lei de Newton ( $F_R = m \cdot a$ ) e a expressão para a aceleração centrípeta ( $a_c = \frac{v^2}{R}$ ), temos a resultante centrípeta:

$$R_c = \frac{m \cdot v^2}{R}$$

Quando um planeta orbita ao redor de uma estrela, a resultante centrípeta é igual à força gravitacional.



Considerando que neste caso a força gravitacional é inversamente proporcional ao cubo do raio, temos:

$$F_g = R_c$$

$$\frac{G \cdot M \cdot m}{R^3} = \frac{m \cdot v^2}{R} \text{ (onde } M \text{ é a massa da estrela)}$$

Simplificando a massa e raio e substituindo a velocidade por  $v = \frac{2\pi R}{T}$ , temos:

$$\frac{G \cdot M}{R^2} = \frac{4 \cdot \pi^2 \cdot R^2}{T^2}$$

$$T^2 = \frac{4 \cdot \pi^2}{G \cdot M} \cdot R^4$$

A expressão destacada acima apresenta apenas constantes. Assim, substituindo os valores por  $K$ , temos:

$$T^2 = K \cdot R^4$$

b) Isolando  $K$  na expressão acima:

$$\frac{T_1^2}{R_1^4} = \frac{T_2^2}{R_2^4}$$

$$\frac{T_1^2}{R_1^4} = \frac{T_2^2}{(2 \cdot R_1)^4}$$

$$\frac{T_1^2}{R_1^4} = \frac{T_2^2}{16 \cdot R_1^4}$$

$$\frac{T_1}{T_2} = \sqrt{\frac{1}{16}} = \frac{1}{4}$$



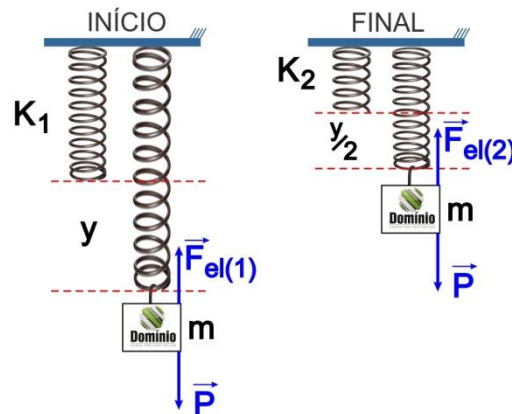
06. Num experimento no laboratório de Física, uma mola de constante elástica  $k$  tem uma de suas extremidades presa a um suporte e fica dependurada em repouso na vertical. Ao suspender um objeto de massa  $m$  na sua extremidade inferior, o peso deste objeto faz com que ela sofra um alongamento igual a  $y$ . Em seguida divide-se a mola ao meio e, para uma das metades prende-se uma das extremidades no suporte e na outra é suspenso o mesmo objeto. Observa-se neste caso que, ao suspender o mesmo objeto em uma das metades, a elongação é a metade da elongação produzida com a mola inteira. Quando o sistema formado pela mola e pela massa é posto a oscilar verticalmente, em cada uma das duas situações (antes da mola ser dividida e após ela ser dividida), constata-se que as frequências de oscilação são diferentes. Com base nos conceitos de oscilações e nas observações feitas no experimento:

- a) Obtenha a razão entre as frequências de oscilação do sistema antes de a mola ser dividida e após ela ser dividida.  
b) Utilizando o resultado obtido no item (a), a frequência de oscilação será maior antes da divisão da mola ou depois da sua divisão?

a) Quando o objeto oscila preso à mola, realiza um movimento harmônico simples (MHS). A frequência desse oscilador é dada no formulário.

$$f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{K}{m}}$$

Analisando a expressão acima não devemos nos preocupar com a massa, uma vez que o objeto suspenso nas duas situações é o mesmo. Assim, de acordo com exercício, ocorreu uma alteração na constante elástica da mola durante a realização do experimento.



Como  $F_{el} = k \cdot x$ , onde  $x$  é a deformação da mola, igualamos essa força com a força peso do objeto suspenso:

$$P = K_1 \cdot y \quad e \quad P = K_2 \cdot \frac{y}{2}$$

$$K_1 \cdot y = K_2 \cdot \frac{y}{2}$$

$$K_2 = 2 \cdot K_1$$

Realizando a razão entre as frequências:

$$\frac{f_1}{f_2} = \frac{\frac{1}{2\pi} \cdot \sqrt{\frac{K_1}{m}}}{\frac{1}{2\pi} \cdot \sqrt{\frac{K_2}{m}}} \rightarrow \frac{f_1}{f_2} = \sqrt{\frac{K_1}{2 \cdot K_1}} \rightarrow \frac{f_1}{f_2} = \sqrt{\frac{1}{2}}$$

b) Analisando a expressão acima percebemos que  $f_2 = \sqrt{2} \cdot f_1$ . Dessa forma, a frequência é maior com a mola dividida.



07. Um recipiente esférico possui um volume interno igual a 8,0 L. Suponha que se queira encher esse recipiente com gás nitrogênio, de modo que a pressão interna seja igual a 2,0 atm a uma temperatura de 27°C. Considerando a massa molecular do nitrogênio igual a 28 g/mol, a constante universal dos gases como 8,0 J/(K.mol) e  $1\text{atm}=1\times 10^5$ , calcule a massa desse gás que caberia no recipiente sob as condições citadas.

Com os dados fornecidos usamos a equação de Clapeyron para determinar o número de mols presentes no recipiente esférico. Devemos tomar cuidado com as unidades corretas, ou seja, temperatura em Kelvin, volume em m<sup>3</sup> e pressão em Pa.

$$P.V = n.R.T$$

$$2.10^5.8.10^{-3} = n.8.300$$

$$n = \frac{2}{3} \text{ mols}$$

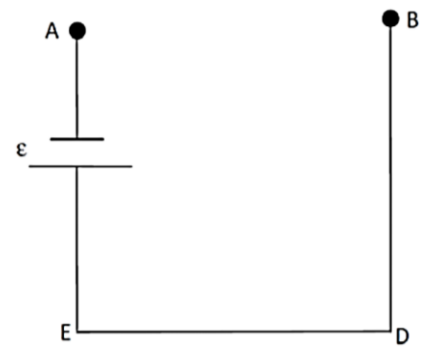
Como temos 28 g para cada mol (valor fornecido no enunciado), basta multiplicar esse valor pelo resultado encontrado acima:

$$m = 28. \frac{2}{3} = 18,67\text{g}$$



08. Dispõe-se de três resistores iguais, cada um com uma resistência  $R$ . Os três resistores podem ser conectados de modo a formar uma associação em série ou então uma associação em paralelo. A associação dos três resistores deve ser ligada aos terminais A e B de uma fonte de força eletromotriz, mostrados na figura ao lado. Considerando estas informações:

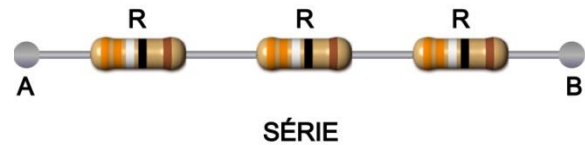
- Determine a resistência equivalente  $R_s$  para a associação em série e a resistência equivalente  $R_p$  para a associação em paralelo, ambas em termos de  $R$ .
- Determine a potência  $P_s$  dissipada em cada um dos resistores quando eles estão associados em série e a potência  $P_p$  dissipada em cada um deles quando associados em paralelo, ambas em termos de  $\varepsilon$  e  $R$ .
- Calcule a razão entre  $P_p$  e  $P_s$ .



a) Para a associação em série usamos a expressão:

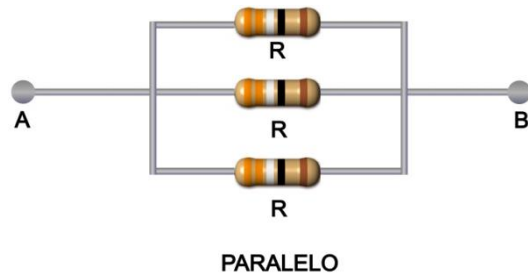
$$R_{eq} = R_1 + R_2 + R_3$$

$$R_{eq} = R + R + R = 3R$$



Para a associação em paralelo usamos a expressão  $R_{eq} = \frac{R}{n}$ , uma vez que todos os resistores são iguais.

$$R_{eq} = \frac{R}{3}$$



b) Na associação em série a ddp divide entre os componentes. Como temos três resistores iguais, a ddp de cada resistor é um terço da ddp total ( $\frac{\varepsilon}{3}$ ). Aplicando a expressão para a potência, temos:

$$P_s = \frac{U_s^2}{R} \rightarrow P_s = \frac{\left(\frac{\varepsilon}{3}\right)^2}{R} \rightarrow P_s = \frac{\varepsilon^2}{9R}$$

Na associação em paralelo todos os componentes estão submetidos à mesma ddp ( $\varepsilon$ ).

$$P_p = \frac{U_p^2}{R} \rightarrow P_p = \frac{\varepsilon^2}{R}$$

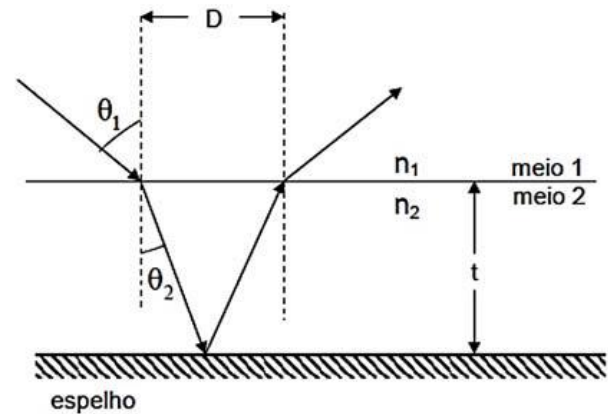
c) A razão entre as potências fica:

$$\frac{P_p}{P_s} = \frac{\frac{\varepsilon^2}{R}}{\frac{\varepsilon^2}{9R}} \rightarrow \frac{P_p}{P_s} = 9$$





09. Dependendo das condições do ambiente onde os espelhos devem ser utilizados, eles são fabricados com um material transparente recobrendo a superfície espelhada, com o objetivo de protegê-la. Isto aumenta a vida útil do espelho, mas introduz um deslocamento no ponto onde a luz refletida emerge, se comparado a um espelho não recoberto. A figura ao lado representa o caminho percorrido por um raio luminoso monocromático ao incidir sobre um espelho recoberto superficialmente por um material transparente com espessura  $t = 2 \text{ mm}$  e índice de refração  $n_2$ . O meio 1 é o ar, com índice de refração  $n_1 = 1$  e o meio 2 possui índice de refração  $n_2 = \sqrt{2}$ . Na situação mostrada na figura,  $\theta_1 = 45^\circ$ .



Considere  $\sin 45^\circ = \cos 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$ ,  $\sin 30^\circ = \frac{1}{2}$  e  $\cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$ .

Utilizando estes dados, calcule a distância  $D$  entre a entrada do raio luminoso no meio 2 e sua saída, assim como está indicada na figura.

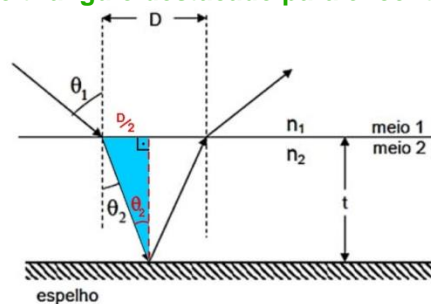
Aplicando a Lei de Snell para a refração podemos determinar o valor de  $\theta_2$ .

$$n_1 \cdot \sin \theta_1 = n_2 \cdot \sin \theta_2$$

$$1 \cdot \sin 45^\circ = \sqrt{2} \cdot \sin \theta_2 \rightarrow \frac{\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2} \cdot \sin \theta_2$$

$$\sin \theta_2 = \frac{1}{2} \rightarrow \theta_2 = 30^\circ$$

Com o valor de  $\theta_2$  podemos utilizar o triângulo destacado para encontrar o valor de  $D$ .



$$\tan \theta_2 = \frac{D/2}{t} \rightarrow \frac{\sin \theta_2}{\cos \theta_2} = \frac{D}{2 \cdot t}$$

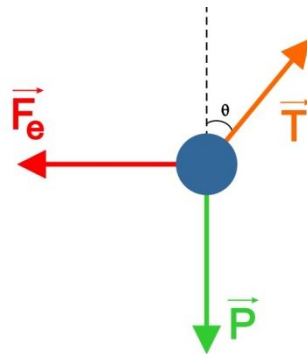
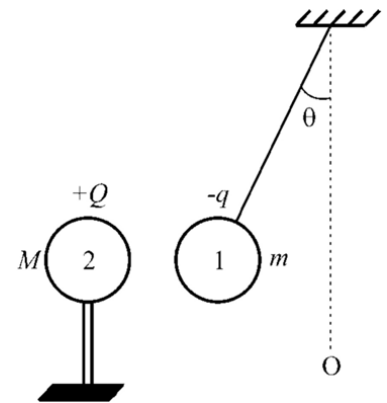
$$\frac{\frac{1}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{D}{2 \cdot 2} \rightarrow D = \frac{4\sqrt{3}}{3} \text{ mm}$$



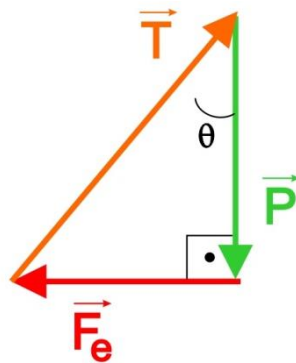
10. Uma esfera condutora, indicada pelo número 1 na figura, tem massa  $m = 20 \text{ g}$  e carga negativa  $-q$ . Ela está pendurada por um fio isolante de massa desprezível e inextensível. Uma segunda esfera condutora, indicada pelo número 2 na figura, com massa  $M = 200 \text{ g}$  e carga positiva  $Q = 3 \mu\text{C}$ , está sustentada por uma haste isolante. Ao aproximar a esfera 2 da esfera 1 ocorre atração. Na situação de equilíbrio estático, o fio que sustenta a esfera 1 forma um ângulo  $\theta = 27^\circ$  com a vertical e a distância entre os centros das esferas é de  $10 \text{ cm}$ . Calcule a carga  $-q$  da esfera 1.

Para a resolução deste problema considere  $g = 10 \text{ m/s}^2$ ,  $k = 9 \times 10^9 \text{ Nm}^2 / \text{C}^2$  e  $\tan 27^\circ = 0,5$ .

Vamos analisar o diagrama de forças na esfera 1:



Como a esfera está em equilíbrio a força resultante é nula. Assim, temos o polígono fechado abaixo:



Aplicando tangente no triângulo para um ângulo  $\theta = 27^\circ$ , temos:

$$\tan 27^\circ = \frac{F_E}{P}$$

$$\frac{1}{2} \cdot m \cdot g = K \frac{q_1 \cdot q_2}{d^2}$$

$$\frac{1}{2} \cdot 20 \cdot 10^{-3} \cdot 10 = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{3 \cdot 10^{-6} \cdot q}{(1 \cdot 10^{-1})^2}$$

$$1 \cdot 10^{-1} \cdot 10^{-2} = 27 \cdot 10^3 \cdot q$$

$$q = 3,7 \cdot 10^{-8} \text{ C}$$