01. Encontre o conjunto solução em IR das seguintes inequações:

a) $5 - x \leq x + 2.$

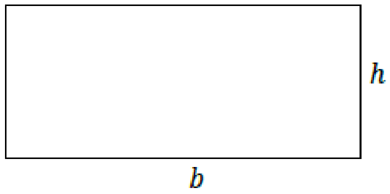
$$5 - x \leq x + 2$$
$$-2x \leq -3 \quad \times(\text{-}1)$$
$$x \geq \frac{3}{2}$$
$$\boxed{S = \left\{ x \in R \,/\, x \geq \frac{3}{2} \right\}}$$

b) $|\, 3x + 1 \,| < 3.$

$$|\, 3x + 1 \,| < 3$$
$$-3 < 3x + 1 < 3$$
$$3x + 1 > -3 \quad \text{e} \quad 3x + 1 < 3$$
$$3x > -4 \qquad\qquad 3x < 2$$
$$x > \frac{-4}{3} \qquad\qquad x < \frac{2}{3}$$
$$\frac{-4}{3} < x < \frac{2}{3}$$
$$\boxed{S = \left\{ x \in R \,/\, \frac{-4}{3} < x < \frac{2}{3} \right\}}$$

02. Na modelagem matemática de um processo de fabricação, é comum supor que não há perda de material com emendas, sobreposição de partes etc.

Deseja-se construir um reservatório cilíndrico com diâmetro de 120 cm e capacidade de 1,5 m³. Neste problema, estamos nos referindo a um cilindro circular reto perfeito. Para fazer a lateral desse cilindro, será usada uma chapa metálica retangular de comprimento b e altura h. Use $\pi = 3,14$ e dê suas respostas com duas casas decimais.



a) Calcule o comprimento b que a chapa deve ter.

$$2\pi R = b$$
$$2.3{,}14.0{,}6 = b$$
$$\boxed{b = 3{,}76\ \text{m}}$$

b) Calcule a altura h que a chapa deve ter.

$$V = \pi R^2.h$$
$$1{,}5 = 3{,}14.(0{,}6)^2.h$$
$$\frac{1{,}5}{1{,}1304} = h$$
$$\boxed{h = 1{,}33\ \text{m}}$$

03. Em uma pesquisa de intenção de voto com 1075 eleitores, foi constatado que 344 pretendem votar no candidato A e 731 no candidato B.

a) Qual é a porcentagem de pessoas entrevistadas que pretendem votar no candidato A?

$$P = 100 \cdot \frac{344}{1075}$$
$$\boxed{P = 32\%}$$

b) Sabendo que esse mesmo grupo de 1075 entrevistados é composto por 571 mulheres e 504 homens, e que 25% dos homens pretendem votar no candidato A, quantas mulheres pretendem votar no candidato B?

De acordo com a informação dada no item b, temos um total de 504 homens e 25% destes pretendem votar no candidato A. Calculando esta porcentagem temos 0,25 x 504 = 126 homens pretendem votar no candidato A. Subtraindo o número total de homens destes que pretendem votar no candidato A teremos aqueles que pretendem votar no candidato B, ou seja, 504 – 126 = 378 homens pretendem votar no candidato B.
Do enunciado principal temos a informação que 731 pessoas pretendem votar no candidato B e conforme calculado neste item, sabemos que 378 homens pretendem votar no candidato B. Subtraindo o total de pessoa que pretendem votar no candidato B do número de homens que pretendem votar no candidato B, teremos o número de mulheres que pretendem votar no candidato B, ou seja:
731 – 378 = **353 mulheres** pretendem vota no candidato B.

04. Responda às seguintes perguntas a respeito da função $g(x) = \frac{3x-4}{1-4x}$**:**

a) Qual é o domínio de g?

Condição de existência:

$$1-4x \neq 0$$
$$-4x \neq -1 \quad \times(-1)$$
$$x \neq \frac{1}{4}$$
$$\boxed{D(f) = \left\{x \in R \,/\, x \neq \frac{1}{4}\right\}}$$

b) Qual é a inversa de g?

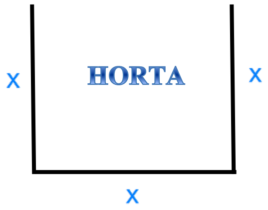
$$g(x) = \frac{3x-4}{1-4x}$$
$$x = \frac{3y-4}{1-4y}$$
$$x - 4xy = 3y - 4$$
$$x + 4 = 4xy + 3y$$

$$x + 4 = y(4x+3)$$
$$y = \frac{x+4}{4x+3}$$
$$\boxed{g^{-1}(x) = \frac{x+4}{4x+3}}$$

05. Um agricultor tem arame suficiente para construir 120 m de cerca, com os quais pretende montar uma horta retangular de tamanho a ser decidido.

a) Se o agricultor decidir fazer a horta com todos os lados de mesmo tamanho e utilizar todo o arame disponível cercando apenas três dos seus lados, qual será a área da horta?

O desenho abaixo ilustra a situação:



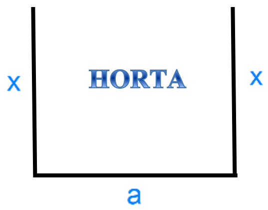
$$3x = 120$$
$$x = 40 \text{ m}$$

A área (A) da horta será:

$$A = 40 \times 40$$
$$\boxed{A = 1600 \text{ m}^2}$$

b) Qual é a área máxima que a horta pode ter se apenas três dos seus lados forem cercados e todo o arame disponível for utilizado?

O desenho abaixo ilustra a situação:



$$a + 2x = 120$$
$$a = 120 - 2x$$

$$A = a.x$$
$$A = (120 - 2x).x$$
$$A = -2x^2 + 120x$$

A área máxima corresponde ao y_V, logo:

$$y_V = \frac{-\Delta}{4a}$$
$$y_V = \frac{-\left[120^2 - 4.(-2).0\right]}{4.(-2)}$$
$$y_V = \frac{-14400}{-8}$$
$$\boxed{y_V = 1800 \text{ m}^2}$$

06. Seja C_1 o círculo de raio $r = 2$ e centro no ponto $P = (3, 4)$.

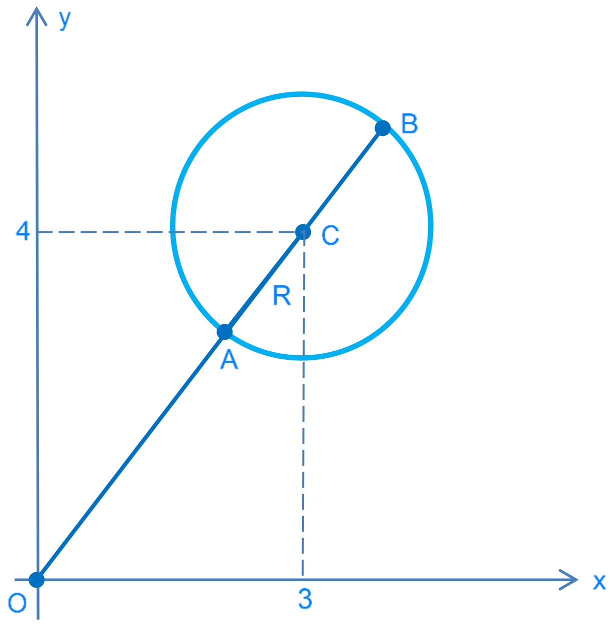
a) Qual é a equação do círculo C_1?

$$\boxed{(x-3)^2+(y-4)^2 \le 4}$$

A EQUAÇÃO $(x-3)^2+(y-4)^2 = 4$ REPRESENTA UMA CIRCUNFERÊNCIA, O QUE REPRESENTA O CÍRCULO É UMA INEQUAÇÃO.

b) Considere o círculo C_2 definido pela equação $x^2 + y^2 = \rho^2$. Para quais valores de ρ o círculo C_1 intersecta o círculo C_2?

Seja C_1 a circunferência de centro no ponto (3,4) e raio igual a 2.



A circunferência C_2 tem centro na origem, logo a distância entre os centros de C_1 e C_2 vale:

$$d^2 = (3-0)^2 + (4-0)^2$$
$$d^2 = 9 + 16$$
$$d = 5$$

Se $\overline{OC} = 5$ e $R = 2$, é imediato que $\overline{OA} = 3$ e $\overline{OB} = 7$.

Logo:

$$\boxed{3 \le \rho \le 7}$$

A EQUAÇÃO $x^2 + y^2 = \rho^2$ REPRESENTA UMA CIRCUNFERÊNCIA. A INEQUAÇÃO $x^2 + y^2 \le \rho^2$ REPRESENTA O CÍRCULO.

07. Considere a função $f(x)=4.\cos\left(\frac{x\pi}{4}\right)-3$**, com** $x \in (-\infty, +\infty)$**.**

a) Qual é o valor mínimo que a função f atinge?

A função f atinge o valor mínimo quando $\cos\left(\frac{x\pi}{4}\right)=-1$, logo:

$$f_{mínimo}=4.\cos\left(\frac{x\pi}{4}\right)-3$$

$$f_{mínimo}=4.(-1)-3$$

$$\boxed{f_{mínimo}=-7}$$

b) Para que valores de x temos $f(x)=-1$?

$$f(x)=4.\cos\left(\frac{x\pi}{4}\right)-3$$

$$-1=4.\cos\left(\frac{x\pi}{4}\right)-3$$

$$2=4.\cos\left(\frac{x\pi}{4}\right)$$

$$\frac{1}{2}=\cos\left(\frac{x\pi}{4}\right)$$

$$\cos\left(\frac{x\pi}{4}\right)=\frac{1}{2}$$

$$\frac{x\pi}{4}=\frac{\pi}{3}+2K\pi \qquad \frac{x\pi}{4}=\frac{5\pi}{3}+2K\pi$$

$$\boxed{x=\frac{4}{3}+8K\text{ , }K\in Z} \qquad \boxed{x=\frac{20}{3}+8K\text{ , }K\in Z}$$

08. A velocidade de impressão de uma impressora é calculada em páginas por minuto (ppm). Suponha que determinada impressora tem velocidade de impressão de 15 ppm em preto-e-branco e de 8 ppm em cores.

a) Quanto tempo essa impressora gasta para imprimir 230 páginas em preto-e-branco? Dê sua resposta no formato □□min□□seg.

Dividindo 230 páginas por 15ppm temos: 15,33333... minutos
Transformando as unidades decimais em segundos tem-se: **15min20seg**

b) Trabalhando ininterruptamente durante 30 minutos, essa impressora imprimiu 366 páginas entre preto-e-branco e colorida. Quantas dessas páginas eram coloridas?

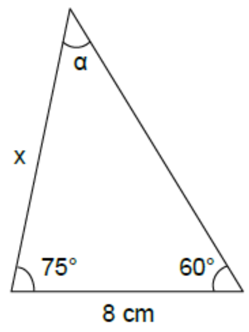
Representando por $\boldsymbol{x}$ o tempo gasto para imprimir preto e branco e $\boldsymbol{y}$ o tempo gasto para imprimir colorido, temos:
$x + y = 30$ minutos
Sabendo que a velocidade de impressão é de 15 páginas por minuto para preto e branco e 8 páginas por minuto para colorida e que o total de páginas impressas foi 366, podemos escrever:
$15x + 8y = 366$ paginas
Com isso tem-se um sistema de equações lineares de 1º grau para ser resolvido:

$$\begin{cases} x + y = 30 \\ 15x + 8y = 366 \end{cases}$$

Isolando $x = 30 - y$ na primeira equação e substituindo na segunda equação teremos: $15(30 - y) + 8y = 366$.
Resolvendo adequadamente esta equação, obtém-se como resultado o valor de $y = 12$
Sendo y = 12 minutos o tempo gasto para imprimir as páginas coloridas e sabendo que a velocidade de impressão de páginas coloridas é de 8 páginas por minuto, tem-se no produto $12x8 = \mathbf{96}$ o número de páginas coloridas impressas.

09. Considere o triângulo ao lado.

a) Quanto mede o ângulo α?



$$\alpha + 60^\circ + 75^\circ = 180^\circ$$
$$\boxed{\alpha = 45^\circ}$$

b) Quanto mede x?

Aplicando a Lei dos Senos, temos:

$$\frac{x}{\text{sen } 60^\circ} = \frac{8}{\text{sen } 45^\circ}$$
$$x \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 8 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}$$
$$x = \frac{8\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$$
$$x = \frac{8\sqrt{3}}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}}$$
$$\boxed{x = 4\sqrt{6} \text{ cm}}$$

10. Dada a função polinomial $p(x) = x^3 + 2x^2 - 7x - 2$, faça o que se pede:

a) Calcule $p\left(-\frac{2}{5}\right)$.

$$p(x) = x^3 + 2x^2 - 7x - 2$$

$$p\left(-\frac{2}{5}\right) = \left(-\frac{2}{5}\right)^3 + 2.\left(-\frac{2}{5}\right)^2 - 7.\left(-\frac{2}{5}\right) - 2$$

$$p\left(-\frac{2}{5}\right) = -\frac{8}{125} + \frac{8}{25} + \frac{14}{5} - 2$$

$$\boxed{p\left(-\frac{2}{5}\right) = \frac{132}{125}}$$

b) Encontre as raízes de p(x).

Pelo Teorema das Raízes Racionais, temos que as possíveis raízes racionais, são:

$$x = \{\pm 1,\ \pm 2\}.$$

Verificando $x = 2$ como raiz, temos:

2	1	2	− 7	− 2
	1	4	1	0

$$x^2 + 4x + 1 = 0$$

Por Bháskara, temos:

$$x_1 = -2 - \sqrt{3} \qquad x_2 = -2 + \sqrt{3}$$

$$\boxed{S = \{\ 2,\ -2-\sqrt{3},\ -2+\sqrt{3}\}}$$